Topic: Similarity of triangles.

Lesson structure:

1. Review of congruent triangles:

- When are triangles called congruent?

-What are the characteristics of congruent triangles?

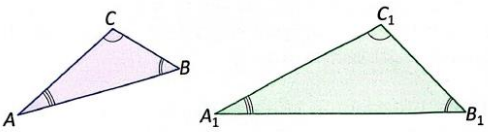
2. Introduction:

Giving the definition of similar triangles

**Definicja 1.**

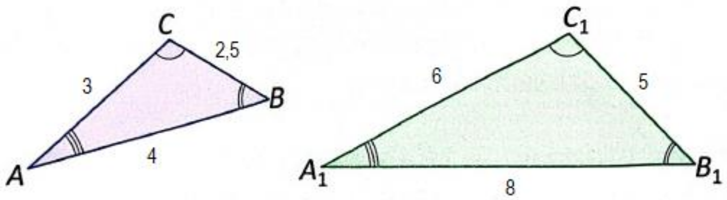
**Trójkąt** $A_1B_1C_1$ **jest podobny do trójkąta** $ABC$ wtedy, gdy $\frac{|A_1B_1|}{|AB|} = \frac{|B_1C_1|}{|BC|} = \frac{|A_1C_1|}{|AC|}$ oraz $|\sphericalangle A_1| = |\sphericalangle A|$, $|\sphericalangle B_1| = |\sphericalangle B|$ i $|\sphericalangle C_1| = |\sphericalangle C|$.

$\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta ABC.$




3.Similarity scale

Liczbę $k$, $k = \frac{|A_1B_1|}{|AB|} = \frac{|B_1C_1|}{|BC|} = \frac{|A_1C_1|}{|AC|}$, nazywamy **skalą podobieństwa** trójkąta $A_1B_1C_1$ do trójkąta $ABC$. Skala podobieństwa jest zawsze liczbą dodatnią.




$\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta ABC$

$\frac{|A_1B_1|}{|AB|} = \frac{8}{4} = 2$ $\quad \frac{|B_1C_1|}{|BC|} = \frac{5}{2{,}5} = 2$ $\quad \frac{|A_1C_1|}{|AC|} = \frac{6}{3} = 2$

$k = 2$

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

$\frac{|AB|}{|A_1B_1|} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{|BC|}{|B_1C_1|} = \frac{2{,}5}{5} = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{|AC|}{|A_1C_1|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

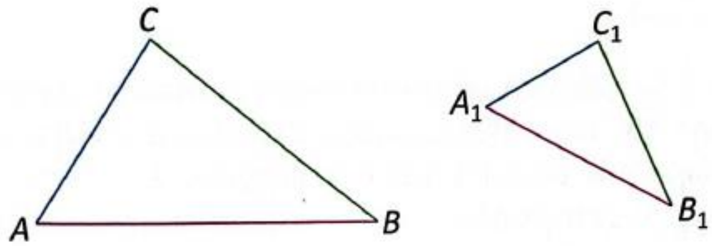
$k = \frac{1}{2}$

1. Similarity features of triangles:

BBB:

**Twierdzenie 1.** *Cecha bbb podobieństwa trójkątów*

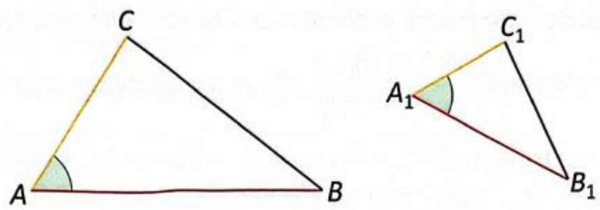
Jeżeli długości boków trójkąta $ABC$ są proporcjonalne do odpowiednich długości boków trójkąta $A_1B_1C_1$, czyli $\frac{|A_1B_1|}{|AB|}=\frac{|B_1C_1|}{|BC|}=\frac{|A_1C_1|}{|AC|}$, to te trójkąty są podobne.




BKB:

**Twierdzenie 2.** *Cecha bkb podobieństwa trójkątów*

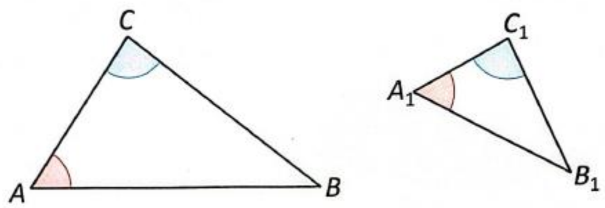
Jeżeli długości dwóch boków trójkąta $ABC$ są proporcjonalne do odpowiednich długości dwóch boków trójkąta $A_1B_1C_1$, czyli $\frac{|A_1B_1|}{|AB|}=\frac{|B_1C_1|}{|BC|}$, oraz kąty między tymi bokami są równe, to trójkąty te są podobne.




KKK:

**Twierdzenie 3.** *Cecha kkk podobieństwa trójkątów*

Jeżeli dwa kąty trójkąta $ABC$ są odpowiednio równe dwóm kątom trójkąta $A_1B_1C_1$, czyli $|\sphericalangle A_1|=|\sphericalangle A|$ oraz $|\sphericalangle C_1|=|\sphericalangle C|$, to trójkąty te są podobne.



2. Solving problems.

**1. Korzystając z definicji 1. odpowiedz na pytania:**

**a) Czy dowolne dwa trójkąty równoboczne są podobne?**

**b) Czy dowolne dwa trójkąty równoramienne są podobne?**

**c) Czy dowolne dwa trójkąty prostokątne równoramienne są podobne?**

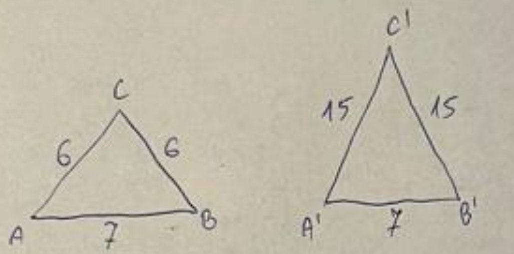
Zad 1

(a) Czy dowolne dwa $\Delta$ równoboczne są podobne?

TAK (bbb)

(b) Czy dowolne dwa $\Delta$ równoramienne są podobne?

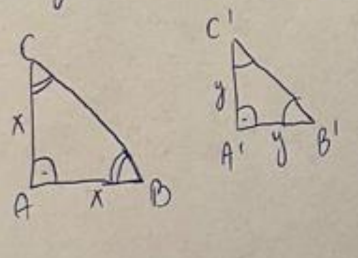
NIE




$$\frac{|A_1B_1|}{|AB|} = 1$$

$$\frac{|B_1C_1|}{|BC|} = \frac{15}{6} \neq 1$$

(c) Czy dowolne dwa $\Delta$ prostokątne równoramienne są podobne?



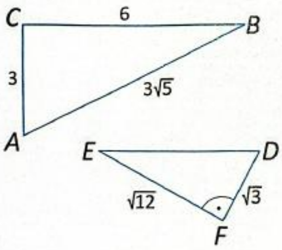

$$\frac{|A'C'|}{|AC|} = \frac{y}{x} \qquad |\sphericalangle CAB| = |C'A'B'| = 90^\circ$$

$$\frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{y}{x}$$

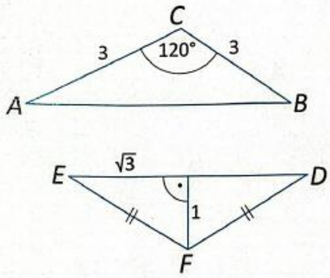
TAK (bkb)

9. Sprawdź, czy trójkąt *DEF* jest podobny do trójkąta *ABC*. Jeśli tak, to podaj skalę tego podobieństwa.

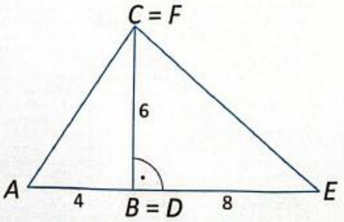
a)



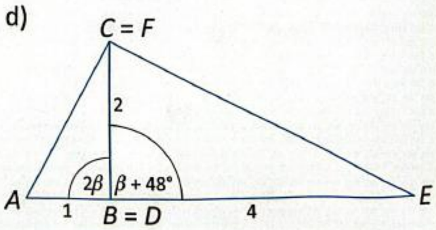

b)




c)

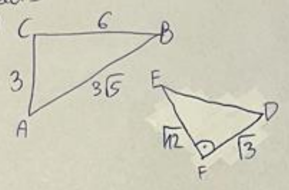



d)




Zad 9

(a)




$\sqrt{12}^2 + \sqrt{3}^2 = |ED|^2$

$12 + 3 = |ED|^2$

$|ED|^2 = 15$

$|ED| = \sqrt{15} \quad \vee \quad |ED| = -\sqrt{15}$ sprzeczność

Boki najkrótsze

$\frac{|DF|}{|AC|} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Boki najdłuższe

$\frac{|ED|}{|AB|} = \frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{75}}{15} = \frac{5\sqrt{3}}{15} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

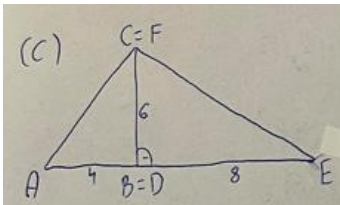
Pozostałe boki

$\frac{|EF|}{|CB|} = \frac{\sqrt{12}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\triangle DEF \sim \triangle ABC$ (bbb)

$k = \frac{\sqrt{3}}{3}$

(c)




krótsza przyprostokątna:

$\frac{|FD|}{|AB|} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

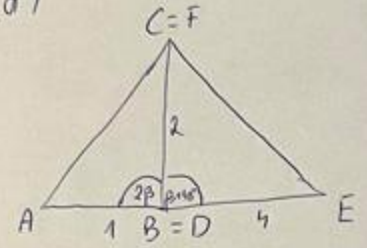
dłuższa przyprostokątna:

$\frac{|DE|}{|CB|} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$\frac{3}{2} \neq \frac{4}{3}$

$\triangle DEF$ i $\triangle ABC$ nie są podobne

(d)




$2\beta + \beta + 48° = 180° \quad /-48°$

$2\beta + \beta = 132°$

$3\beta = 132° \quad /:3$

$\beta = 44°$

$|\sphericalangle ABC| = 2\beta = 88°$

$88° \neq 92°$

$|\sphericalangle EDF| = \beta + 48° = 92°$

Największe kąty w trójkątach DEF i ABC są różnej miary, więc $\Delta DEF$ i $\Delta ABC$ nie są podobne.